

6 PASKAITA

**IŠREIKŠTINĖS IR NEIŠREIKŠTINĖS FUNKCIJOS.
HIPERBOLINĖS FUNKCIJOS.
PARAMETRINĖS KREIVIŲ LYGTYS.
POLINĖ KOORDINAČIŲ SISTEMA.**

Jeigu kiekvieną kintamojo x reikšmę iš srities D atitinka tik viena reikšmė y iš srities E , tai y yra kintamojo x funkcija.

x vadinamas **nepriklausomu kintamuoju** arba **argumentu**;
aibė D vadinama **funkcijos apibrėžimo sritimi**;
aibė E – **reikšmių sritimi**.

Poaibio D elementus žymėsime x , poaibio E – raide y .
Tada funkciją galime užrašyti taip:

$$y = f(x)$$

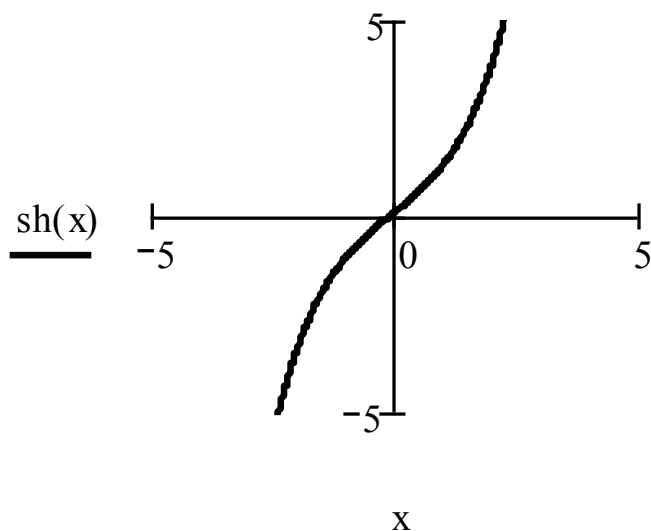
Kai funkcija nusakoma formule, kurioje nurodyta, kokius veiksmus reikia atlikti su kintamojo x reikšme, norint rasti y reikšmę, tai toks funkcijos reiškimo būdas vadinamas **analiziniu**.

Pagrindinės elementariosios funkcijos:

- Laipsninė yra funkcija $y = x^{\alpha}$, čia $\alpha \in R$;
- Rodiklinė yra $y = a^x$, čia $a > 0, a \neq 1$;
- Logaritminė yra funkcija $y = \log_a x$, čia $a > 0, a \neq 1$;
- Trigonometrines funkcijas yra
$$y = \sin x, y = \cos x, y = \operatorname{tg} x, y = \operatorname{ctg} x;$$
- Atvirkštinės trigonometrines funkcijas yra
$$y = \arcsin x, y = \arccos x, y = \operatorname{arctg} x, y = \operatorname{arcctg} x;$$

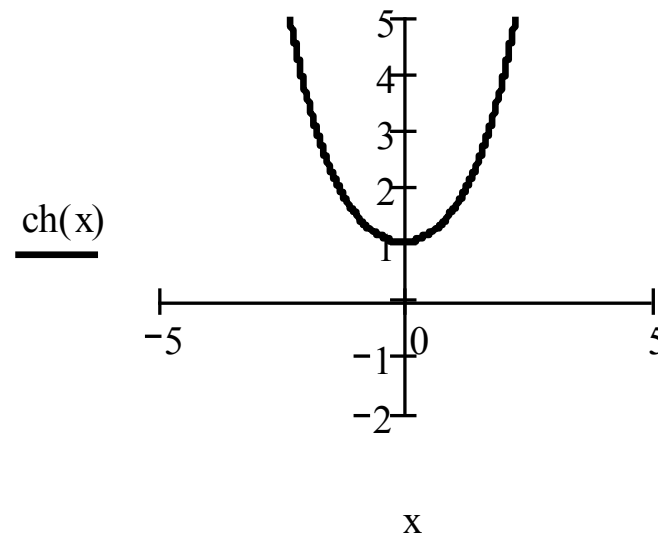
Hiperbolinis sinusas:

$$\operatorname{sh} x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$



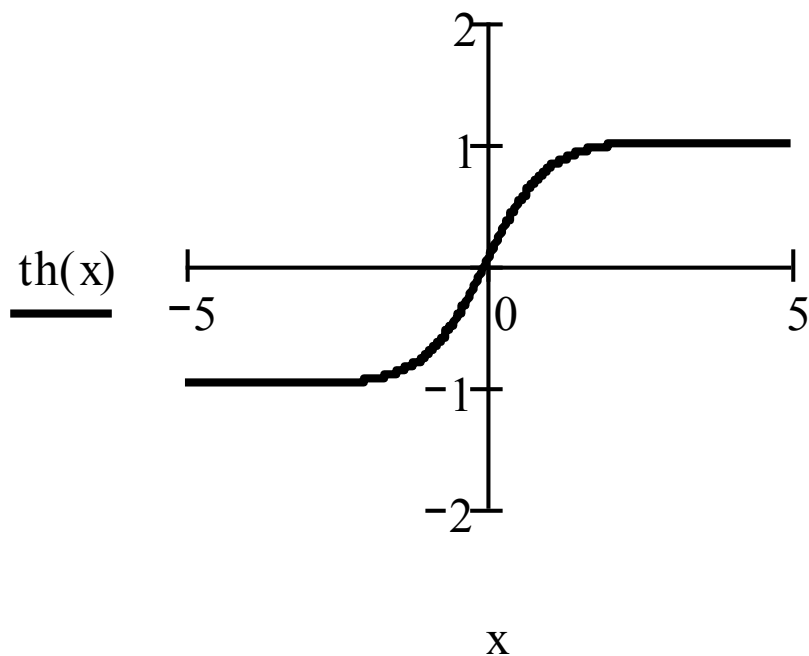
Hiperbolinis kosinusas

$$\operatorname{ch} x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$



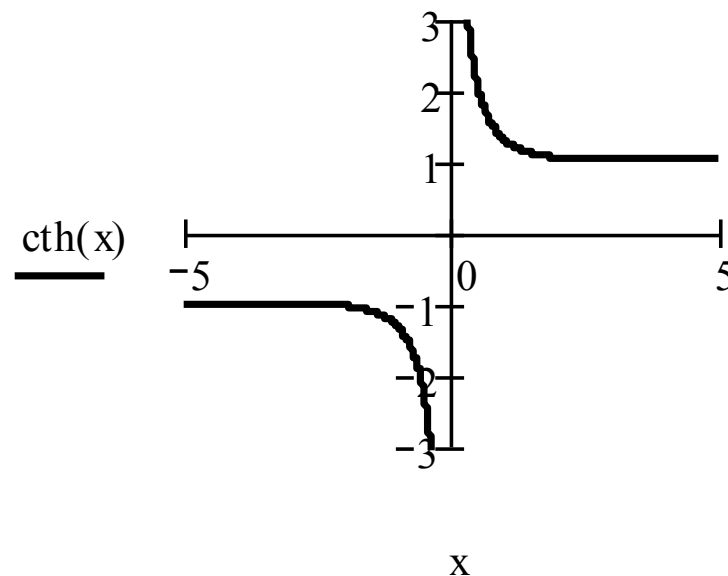
Hiperbolinis tangentas:

$$th x = \frac{sh x}{ch x} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$



Hiperbolinis kotangentas

$$cth x = \frac{ch x}{sh x} = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$$



Nagrinėkime funkciją $y = f(u)$ kurios argumentas u yra kintamojo x funkcija: $u = g(x)$.

Įrašę į lygybę $y = f(u)$ vietoj u turimą funkciją, gauname

$$y = f(g(x)).$$

Tokia funkcija vadinama **sudėtine funkcija**, o argumentas u — tarpiniu argumentu.

Funkcija $y = f(x)$ vadinama **išreikštine**, kadangi kintamasis y yra išreikštas kintamuoju x .

Pavyzdys: $y = x^2 + 2x + 5$ arba $y = \sin 2x$.

Dabar tarkime, kad kintamieji x ir y susieti lygtimi $F(x, y) = 0$, o kiekvieną x reikšmę iš intervalo (a, b) atitinka viena y reikšmė, nustatoma iš tos lygties. Tuomet kintamąjį y galima laikyti kintamojo x funkcija, apibrėžta intervale (a, b) .

Tokiu atveju funkcija $F(x, y) = 0$ vadinama **neišreikštine**.

Pavyzdys: $\sin(xy) = x^2 + xy$.

Tarkime, turime dvi kintamojo t funkcijas

$$\begin{cases} x = \varphi(t), \\ y = \psi(t), \end{cases} \quad t \in [t_1, t_2]$$

Kiekvieną t reikšmę atitinka po vieną x ir y reikšmę.

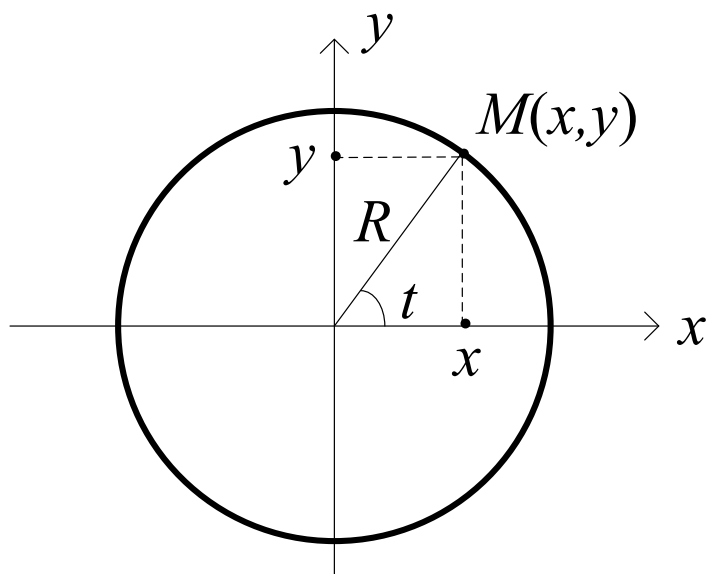
Jei porą (x, y) traktuojame kaip plokštumos xOy tašką, tai kiekvieną t reikšmę atitinka vienas plokštumos taškas.

Kai t reikšmės kinta nuo t_1 iki t_2 plokštumos taškas nubrėžia tam tikrą kreivę.

Šios lygtys vadinamos **parametrinėmis kreivės lygtimis**, o t – parametru.

Jei iš pirmosios lygties galima išreikšti parametą t : $t = \Phi(x)$, tai įrašę jo išraišką į antrąją lygtį, gauname $y = \psi(\Phi(x))$.

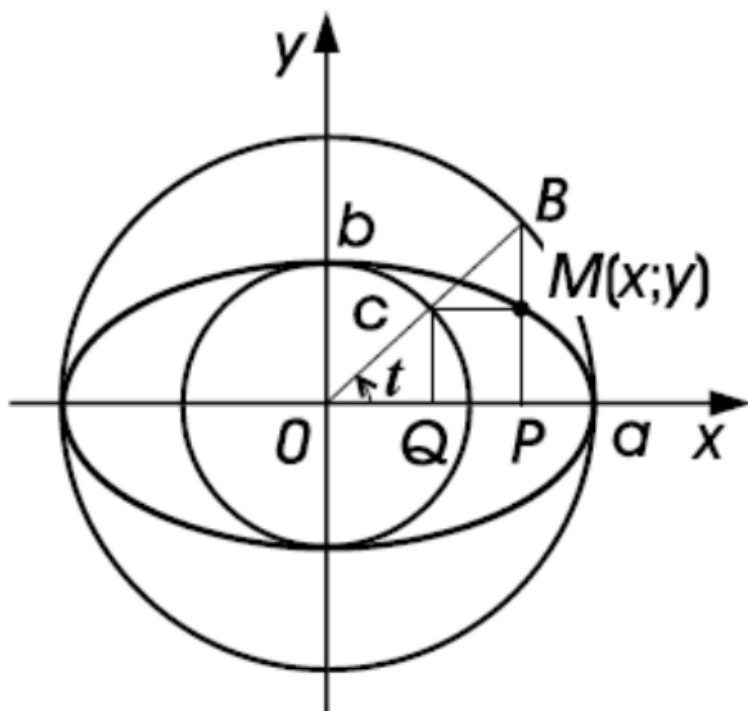
Taigi, šios lygtys apibrėžia y kaip kintamojo x funkciją, todėl sakoma, kad ši funkcija apibrėžta parametriškai.



Apskritimas.

$$x^2 + y^2 = R^2$$

$$\begin{cases} x = R \cos t, \\ y = R \sin t, \end{cases} \quad t \in [0, 2\pi]$$



Elipsė.

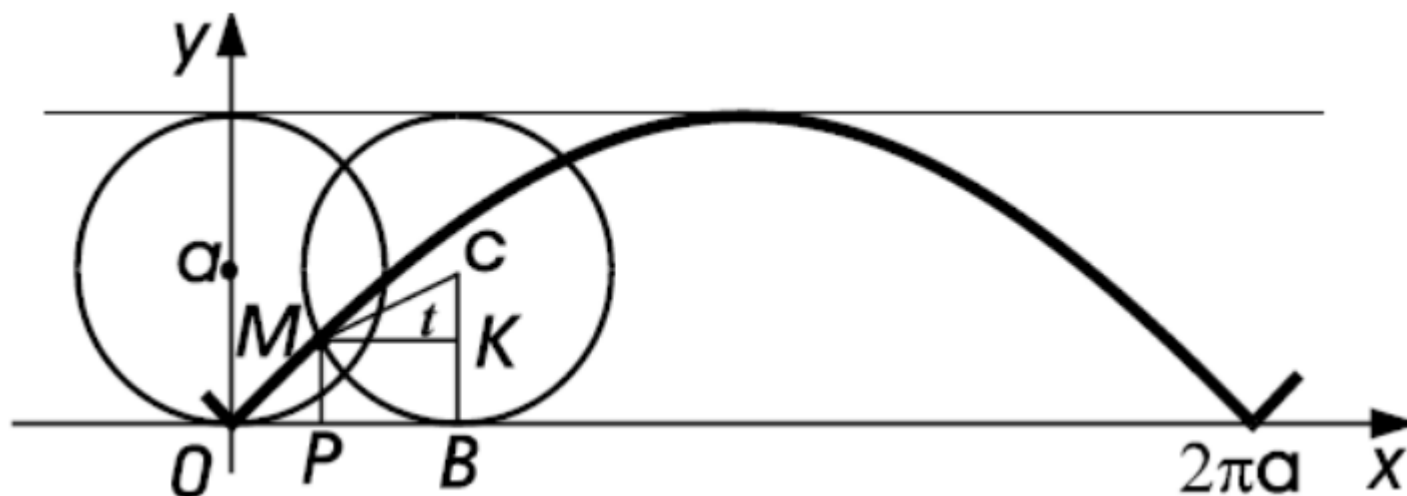
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Tegul $x = a \cos t$, $y = b \sin t$

Tada

$$\begin{cases} x = a \cos t, \\ y = b \sin t, \end{cases} \quad t \in [0, 2\pi]$$

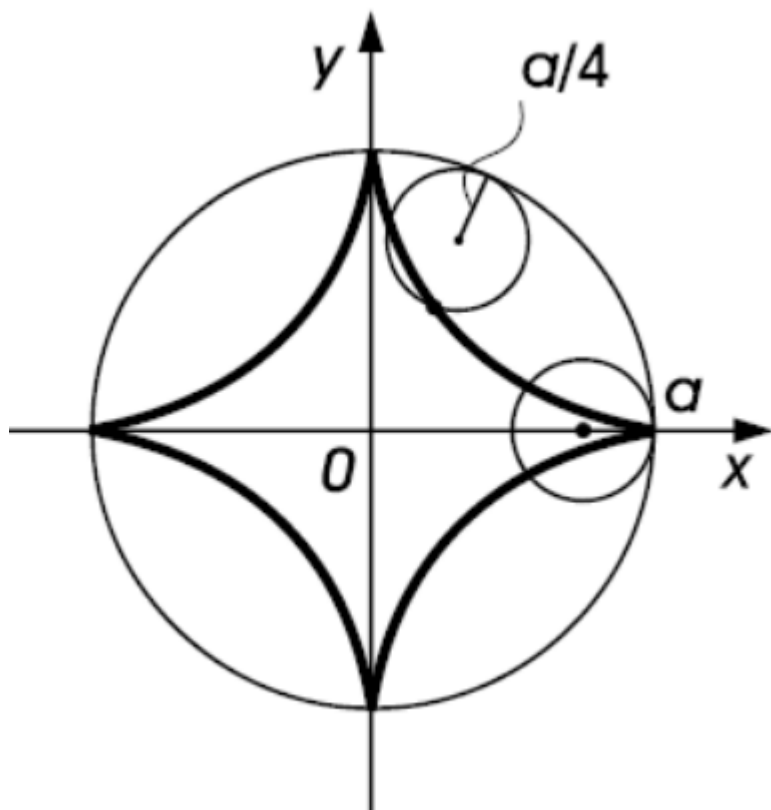
Cikloidė. Cikloide vadinama kreivė, kurią brėžia apskritimo taškas, kai tas apskritimas neslysdamas rieda tiese.



Cikloidės parametrinės lygtys:
$$\begin{cases} x = a(t - \sin t), \\ y = a(1 - \cos t), \end{cases}$$

Kai $t \in [0; 2\pi]$ gauname pirmąją arką.

ASTROIDĖS PARAMETRINĖS LYGTYS

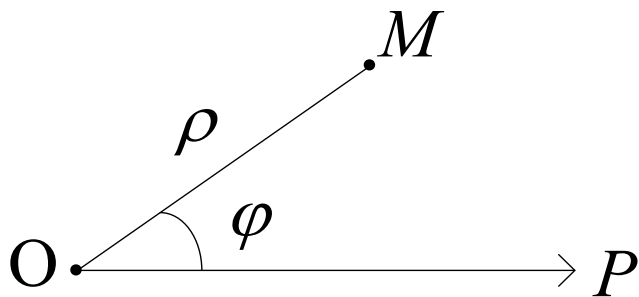


Astroidė. Astroide vadinama kreivė, kurią brėžia neslysdamo riedančio apskritimo su spinduliu $a/4$ taškas, kai tas apskritimas yra kito apskritimo su spinduliu a viduje.

Astroidės parametrinės lygtys:

$$\begin{cases} x = a \cos^3 t, \\ y = a \sin^3 t, \end{cases} t \in [0, 2\pi]$$

Apibrėžimas. Polinę koordinačių sistemą sudaro taškas O , vadinamas **poliumi**, ir nustatytos krypties tiesė OP , vadinama **poline ašimi**.

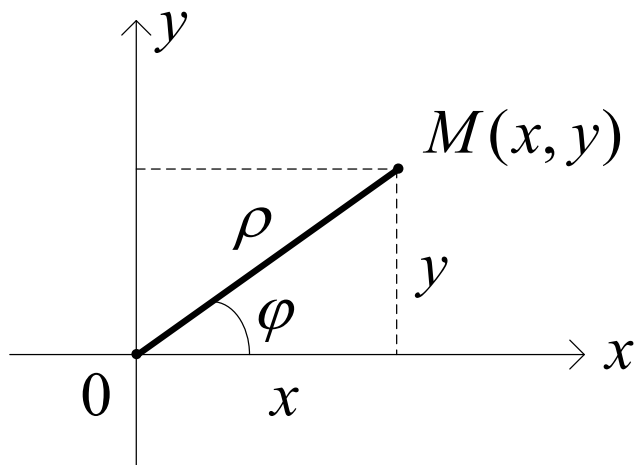


Imkime bet kurį plokštumos tašką M , nesutampantį su poliumi. Atstumą OM vadinsime **poliniu spinduliu** ir žymėsime ρ .

Kampą $\angle POM$ vadinsime **poliniu kampu** ir žymėsime φ .

Skaičius ρ ir φ vadinsime taško M **polinėmis koordinatėmis** ir žymėsime $M(\rho, \varphi)$.

Ryšys tarp taško M polinių ir stačiakampių koordinačių:



Kai polius sutampa su koordinačių pradžios tašku O , o polinė ašis sutampa su Ox ašimi, tai

$$\begin{cases} x = \rho \cos \varphi \\ y = \rho \sin \varphi \end{cases}$$

Ir atvirkščiai: $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$, $\operatorname{tg} \varphi = \frac{y}{x}$.

[https://faculty.math.illinois.edu/~rasekh2/math231\(s2016\)/PolarEquations.pdf](https://faculty.math.illinois.edu/~rasekh2/math231(s2016)/PolarEquations.pdf)

- Išreikštinėmis ir neišreikštinėmis funkcijomis.
- Hiperbolinėmis funkcijomis.
- Parametrinėmis kreivių lygtimis.
- Poline koordinačių sistema.

- Funkcijos ribos sąvoka.
- Vienpusės ribos.
- Funkcijos riba begalybėje.
- Nykstamoji funkcija ir jos savybės.
- Ribų dėsniai.
- Ekvivalenčios funkcijos

Medžiagą galima rasti:
[www.tany.lt/stud](http://www.tany.lt/studmatematika1)
matematika1

Parengė: Tatjana Sidekerskienė
E-mail: tatjana.sidekerskiene@ktu.lt