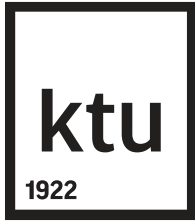


11-12 PASKAITA



TATJANA SIDEKERSKIENĖ

El. paštas:

tatjana.sidekerskiene@ktu.lt

Internetinis puslapis: www.tany.lt/stud

1 apibrėžimas. *Funkcijos $y = f(x)$ išvestinė (x atžvilgiu) taške x_0 vadiname tos funkcijos pokyčio Δy ir jį atitinkančio argumento pokyčio Δx santykio ribą, kai Δx artėja prie nulio:*

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} = f'(x_0) = y'(x_0) = y'.$$

1 užduotis. Naudodami tik išvestinės apibrėžimą raskite f-jų išvestines bet kuriame taške x :

a) $y = \frac{1}{x^3}$

b) $y = x^2 + 5x - 1$

• Funkcijų diferencijavimo taisyklės:

1.	$C' = 0$. Pastovaus dydžio išvestinė lygi nuliui.
2.	$x' = 1$. Argumento išvestinė lygi 1.
3.	$(C \cdot u(x))' = C \cdot u'(x)$, $C - \text{const}$.
4.	$(u+v)' = u' + v'$; čia $u = u(x)$, $v = v(x)$.
5.	$(u \cdot v)' = u'v + uv'$.
6.	$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - u \cdot v'}{v^2}$, $v \neq 0$.
7.	Jei $y = y(u)$, o $u = u(x)$, tai $y'_x = y'_u \cdot u'_x$ (sudėtinės funkcijos išvestinė)
8.	Jei funkcijos $y = f(x)$ atvirkštinė funkcija yra $x = g(y)$, tai $x'_y = \frac{1}{y'_x}$, $y'_x \neq 0$.
9.	$(u^v)' = v \cdot u^{v-1} \cdot u' + u^v \cdot \ln u \cdot v'$; čia $u = u(x)$, $v = v(x)$.

2 Užduotis. Rasti duotųjų funkcijų išvestines (naudojantis lentele):

$$y = x^2 - 3x$$

$$y = 5x + 4\sqrt{x}$$

$$y = \frac{3x + 5}{\sqrt{2}}$$

$$y = \frac{x^4}{5 + x^3}$$

Surasti išvestines:

$$1) \quad y = (x^2 - 3x + 5)^4$$

$$2) \quad y = \frac{1}{\sqrt{1 - x^3 - x^6}}$$

$$3) \quad y = \frac{10}{\sqrt[4]{(2x^3 - 4)^5}}$$

$$4) \quad y = x \cdot \sqrt{4 - x^2}$$

$$5) \quad y = 2 \sin 3x \cdot \operatorname{tg}^3 x$$

$$6) \quad y = \sin^2 \left(\frac{1 - \ln x}{x} \right)$$

$$7) \quad y = \operatorname{tg} \frac{1 - e^x}{1 + e^x}$$

$$8) \quad y = x^2 \cdot 10^{\sqrt{x}}$$

$$9) \quad y = \ln(e^x \cos x + e^{-x} \sin x)$$

$$10) \quad y = \frac{1}{\operatorname{arctg} e^{-2x}}$$

3 užduotis. Apskaičiuokite duotųjų funkcijų išvestines nurodytame taške:

$$f(x) = x + (x - 1) \arcsin \sqrt{\frac{x}{x + 1}},$$

$$f'(1) = ?$$

4 užduotis. Parašykite kreivės liestinės ir normalės lygtis nurodytam taške

$$y = 3x - x^2 \quad M(1; 2).$$

Liestinės lygtis:
$$y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0),$$

Normalės lygtis:
$$y - y_0 = -\frac{1}{f'(x_0)} \cdot (x - x_0).$$

- **Logaritminis diferenciacijimas:**

$$y' = \left(u^v\right)' = u^v \cdot \ln u \cdot v' + v \cdot u^{v-1} \cdot u'$$

1 užduotis. Taikydami logaritminį diferenciacijimą, raskite duotųjų funkcijų išvestines:

$$y = (\sin x)^{\cos x}$$

$$y = (\ln x)^x$$

- Tokius uždavinius galima spręsti ir kitaip:

$$y = u^v$$

$$\ln y = \ln u^v$$

$$\ln y = v \ln u$$

$$\frac{1}{y} \cdot y' = v' \ln u + v(\ln u)' \quad \Bigg| \cdot y$$

$$y' = y \left(v' \ln u + v(\ln u)' \right)$$

$$1) \quad y = (\sin x)^{\cos x}$$

$$2) \quad y = (\ln x)^x$$

- **Neišreikštinių funkcijų diferenciacijavimas**

$$1) \quad y = x + \sin \frac{x}{y}$$

$$2) \quad x^2 y^2 - 2 \cos(x - y) = 3$$

Medžiagą galima rasti:
[www.tany.lt/stud](http://www.tany.lt/studmatematika1)
matematika1

Parengė: Tatjana Sidekerskienė
E-mail: tatjana.sidekerskiene@ktu.lt