

Funkcijų monotoniškumo intervalų ir ekstremumų radimas:

1. Nustatome $y = f(x)$ apibrėžimo sritį $D(y)$
2. Surandame $f'(x)$
3. Randame funkcijos kritinius taškus
4. Randame funkcijos ekstremumus
5. Apskaičiuojame funkcijos reikšmes taškuose, kuriuose yra ekstremumai

1 Užd. Raskite funkcijos monotoniškumo intervalus ir ekstremumus:

$$y = x\sqrt{2 - x^2}$$

Funkcijos ekstremumų radimas naudojant antrąją išvestinę

Jei taške x_0 funkcijos $f(x)$ pirmoji išvestinė $f'(x_0) = 0$, o jos antroji išvestinė $f''(x_0)$ to taško aplinkoje $V_\delta(x_0)$ yra tolydi, be to $f''(x_0) \neq 0$, tai tame taške funkcija turi:

maksimumą, kai $f''(x_0) < 0$

minimumą, kai $f''(x_0) > 0$.

Jei kritiniame taške x_0 $f''(x_0)$ neegzistuoja arba lygi nuliui, tai ekstremumui nustatyti šią sąlygą netinka.

2 Užd. Raskite funkcijos ekstremumus naudojant šios funkcijos antrąją išvestinę

$$y = \ln \sqrt{1 + x^2} - \operatorname{arctg} x$$

Didžiausioji ir mažiausioji funkcijos reikšmės atkarpoje

Funkcija didžiausiąją ir mažiausiąją reikšmes gali įgyti kritiniuose taškuose arba atkarpos galuose. Todėl, norint rasti šias reikšmes, reikia:

- rasti kritinius taškus, priklausančius atkarpai;
- apskaičiuoti funkcijos reikšmes šiuose taškuose;
- apskaičiuoti funkcijos reikšmes atkarpos galuose;
- iš visų gautų reikšmių išrinkti mažiausiąją reikšmę m ir didžiausiąją reikšmę M .

3 Užd. Rasti didžiausią ir mažiausią funkcijos reikšmes $y = \frac{1}{4} x^3 (x - 5)^2$ atkarpoje $[-1; 4]$.

Kreivės iškilumas ir perlanko taškai

1. Nustatome apibrėžimo sritį $D(y)$
2. Surandame $f'(x)$ ir $f''(x)$
3. Randame taškus, kuriuose $f''(x) = 0$ arba $f''(x)$ neegzistuoja (bet pati funkcija tuose taškuose egzistuoja)
4. Sudarome lentelę: gautaisiais taškais skaidome apibrėžimo sritį į intervalus ir kiekviename intervale nustatome $f''(x)$ ženklą. Jei $f''(x)$, pereidama per šiuos taškus, keis savo ženklą, tai šie taškai bus perlanko taškais. Rasime iškilumo intervalus.
5. Randame funkcijos reikšmes vingio taškuose.

4 užd. Raskite funkcijos iškilumo intervalus ir vingio taškus

$$y = \ln \left(x + \sqrt{x^2 + 1} \right)$$

Funkcijos grafiko asimptotės

1. *Vertikaliosios asimptotės.* Jei nors viena iš šių ribų

$$\lim_{x \rightarrow a-0} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow a+0} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow a} f(x)$$

yra begalinė, tiesė $x = a$ yra vertikalioji asimptotė.

2. *Pasvirosios asimptotės.* Sakykime, kad tokios asimptotės lygtis $y = kx + b$ koeficientai randami pagal formules: $k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$; $b = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - kx)$;

Pastaba. Jei, apskaičiuodami koeficientus k ar b , gauname, kad bent viena iš ribų yra begalinė arba neegzistuoja, tai funkcijos grafikas pasvirosios asimptotės neturi.

Pasvirosios asimptotės atskiras atvejis:

Horizontalioji asimptotė. Tiesė $y = b$ ($k = 0$).

5 užd. Raskite funkcijos asimptotes:

$$y = \frac{2x^2 - 12x + 6}{x - 2}$$