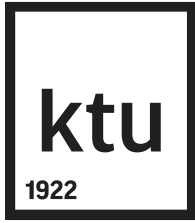


16 PASKAITA



TATJANA SIDEKERSKIENĖ

El. paštas:

tatjana.sidekerskiene@ktu.lt

Internetinis puslapis: www.tany.lt/stud

Dalines išvestines žymėsime: $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}, \frac{\partial f(x_0, y_0)}{\partial x}$ arba $z'_x, z'_y, \frac{\partial f(M_0)}{\partial x}$.

1 užd. Apskaičiuoti dalines išvestines:

$$1) \quad z = e^{x^2 + y^2}$$

$$3) \quad z = x^y - e^{\sin y^2}$$

$$2) \quad z = x^4 (3y)^{\cos^2 3x}$$

$$4) \quad z = \frac{\cos x^2}{y} + \operatorname{tg} \frac{x^2}{y}$$

2užd. Duota $f(x, y) = \sqrt{xy + \frac{y}{x}}$. Rasti $f'_x(2;1)$ ir $f'_y(2;1)$.

3 užd. Įrodykite, kad funkcija $z = \ln(x^2 + xy + y^2)$

tenkina sąryšį:

$$x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = 2.$$

Turime sudėtinę funkciją $z = f(u, v)$, kur $u = u(x, y)$ ir $v = v(x, y)$

Tuomet
$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial z}{\partial u} \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial x}$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{\partial z}{\partial u} \cdot \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial z}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial y}$$

4 Užd. Raskite $\frac{\partial z}{\partial x}$ ir $\frac{\partial z}{\partial y}$, kai $z = \arcsin \frac{u}{v}$, $u = x^2 - y^2$, $v = xy$

SUDĖTINIŲ FUNKCIJŲ DIFERENCIJAVIMAS

Tarkime, kad $z = f(x, u, v)$, o $u = u(x)$ ir $v = v(x)$, tai $z = f(x, u(x), v(x))$ yra vieno kintamojo funkcija. Todėl galima suskaičiuoti pilnąją išvestinę:

$$\frac{dz}{dx} = \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial u} \cdot \frac{du}{dx} + \frac{\partial z}{\partial v} \cdot \frac{dv}{dx}$$

5 užd. Raskite funkcijos $z = e^{\sin x} \cdot u^v$, kur

$u = 1 + x^2$, $v = \cos^2 x$ pilnąją išvestinę.

NEIŠREIKŠTINIŲ FUNKCIJŲ DIFERENCIJAVIMAS

Vieno kintamojo funkcija: $\frac{dy}{dx} = -\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = -\frac{F'_x}{F'_y}$

Dviejų kintamųjų funkcija: $\frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{F'_x}{F'_z}; \frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{F'_y}{F'_z}, \quad F'_z \neq 0$

6 Užd. Raskite $\frac{dy}{dx}$, kai $2ye^{x^3} - xe^y = 0$.

7 Užd. Raskite neišreikštinės funkcijos dalines išvestines:

$$z = x^2 + y^2 e^{xyz}$$

Funkcijos $z = f(x, y)$ pilnąjį diferencialą skaičiuosime taip:

$$dz = \frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy$$

1 Užd. Raskite funkcijos $z = \arcsin \frac{x}{1-y^2} - y \ln(x^2 + y^2) - \ln 2$ diferencialą.

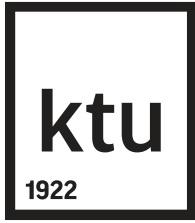
2 Užd. Apskaičiuokite funkcijos $z = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$ pilnojo diferencialo reikšmę taške $M_0(2; 3)$, kai $dx = 0.01$ ir $dy = 0.02$

ATS: $\frac{1}{1300}$

Apytiksliuose skaičiavimuose taikoma formulė:

$$f(x_0 + \Delta x, y_0 + \Delta y) \approx f(x_0, y_0) + f'_x(x_0, y_0)\Delta x + f'_y(x_0, y_0)\Delta y$$

3Užd. Apskaičiuokite apytiksliai: $\sqrt{(4.2)^2 + (8.96)^2}$



DALINĖS AUKŠTESNĖS EILĖS IŠVESTINĖS

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right); \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right); \quad \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right); \quad \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right).$$

Aukštesniųjų eilių išvestinės skirtingų kintamųjų atžvilgiu vadinamos **mišriosiomis**. Mišriosios dalinės išvestinės nuo diferencijavimo tvarkos nepriklauso:

$$\frac{\partial^n z}{\partial x^p \partial y^{n-p}} = \frac{\partial^n z}{\partial y^{n-p} \partial x^p}.$$

4 užd. Įrodykite, kad funkcija tenkina sąryšį $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x}$:

a) $u = x^y + e^\pi$;

b) $u = 2^{x+y}$;

c) $u = x^{\ln y} + xy$;

8 užd. Įrodykite, kad funkcija tenkina sąryšį $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$:

$a) \quad z = x^2 y^x; \quad b) \quad z = x^2 y^{tg(x)};$

Medžiagą galima rasti:
[www.tany.lt/stud](http://www.tany.lt/studmatematika1)
matematika1

Parengė: Tatjana Sidekerskienė
E-mail: tatjana.sidekerskiene@ktu.lt