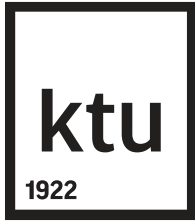


4 PASKAITA



TATJANA SIDEKERSKIENĖ

El. paštas:

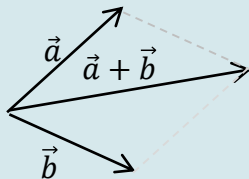
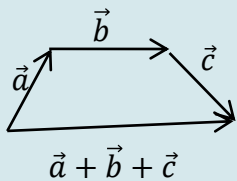
tatjana.sidekerskiene@ktu.lt

Internetinis puslapis: www.tany.lt/stud

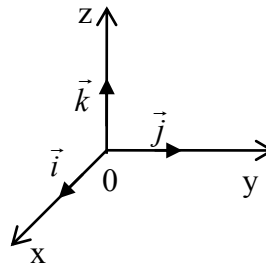
PRIMINIMAI:

Atkarpa, turinti ilgį ir kryptį vadinama **vektoriumi**.

Sudėtis:



Dekarto koordinatinių sistemą



$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$$

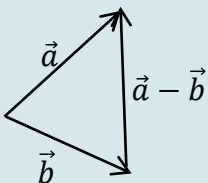
$$\vec{a} = \{a_x; a_y; a_z\}.$$

$$a_x = pr_{Ox} \vec{a} = |\vec{a}| \cos \alpha;$$

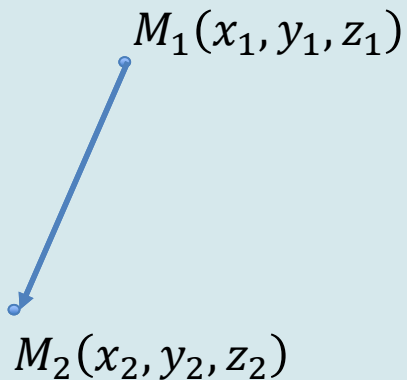
$$a_y = pr_{Oy} \vec{a} = |\vec{a}| \cos \beta;$$

$$a_z = pr_{Oz} \vec{a} = |\vec{a}| \cos \gamma;$$

Atimtis:



PRIMINIMAI:

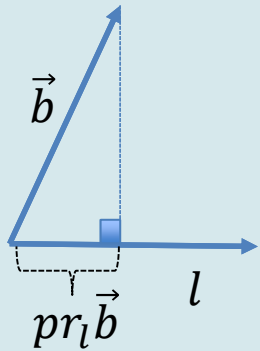


$$\overrightarrow{M_1 M_2} = \{x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1\}$$

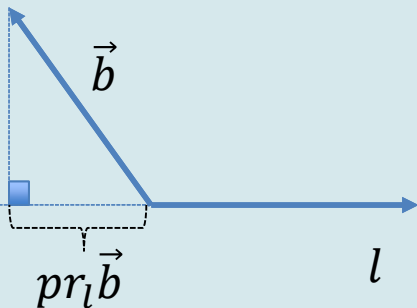
Vektoriaus ilgis:

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}.$$

PRIMINIMAI:



Apibrėžimas. Vektoriaus $\vec{b}$ projekcija ašyje l vadinamas atkarpos $pr_l \vec{b}$ ilgis su pliuso ženklu, kai kryptis sutampa su ašies l kryptimi, arba su minuso ženklu, kai šios kryptys yra priešingos.



Vektoriaus vienetinis vektorius:

$$\vec{a}^0 = \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} = \left\{ \frac{a_x}{|\vec{a}|}; \frac{a_y}{|\vec{a}|}; \frac{a_z}{|\vec{a}|} \right\} = \{\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma\}.$$

Krypties kosinusų savybė:

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1.$$

1 Užduotis. Vektorius $\vec{a}$ su ašimi O_x sudaro kampą $\alpha = 60^0$, su ašimi O_y – kampą $\beta = 45^0$, o su ašimi O_z – bukąjį kampą. Apskaičiuokime vektoriaus $\vec{a}$ koordinates, kai $|\vec{a}| = 8$.

Vektorių kolinearumas:

$$\vec{a} \parallel \vec{b} \Rightarrow \frac{a_x}{b_x} = \frac{a_y}{b_y} = \frac{a_z}{b_z}.$$

2 Užduotis. Vektorius $\vec{a}$ ir $\vec{b} = \{6; -8; -7,5\}$ kolinearus. Vektoriaus $\vec{a}$ ilgis $|\vec{a}| = 50$, o su ašimį O_x sudaro smailųjį kampą. Rasti $\vec{a}$.

Dviejų vektorių skaliarinė sandauga:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \varphi, \quad \varphi = \left(\vec{a}, \vec{b} \right)$$

Jei $\vec{a} = \{a_x; a_y; a_z\} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$

$$\vec{b} = \{b_x; b_y; b_z\} = b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k}$$

Tai

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = (a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}) \cdot (b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k}) = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z.$$

Svarbu

$$\vec{a} \perp \vec{b} \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = \mathbf{0}.$$

Skaliarinės sandaugos savybės:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}, \quad \vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}, \quad \lambda(\vec{a} \cdot \vec{b}) = (\lambda\vec{a}) \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot (\lambda\vec{b}).$$

$$\text{Jei } \vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0. \text{ Jei } \vec{a} \parallel \vec{b} \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = \pm |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|. \quad \vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}|^2, \quad |\vec{a}| = \sqrt{\vec{a} \cdot \vec{a}}.$$

3 Uždutis. Apskaičiuokite skaliarinę sandaugą

$$(3\vec{a} - 2\vec{b}) \cdot (2\vec{a} + \vec{b}), \text{ kai } |\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 4, \text{ o kampas } \varphi(\widehat{\vec{a}, \vec{b}}) = 120^\circ.$$

PRIMINIMAS:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \varphi, \quad \varphi = \left(\widehat{\vec{a}, \vec{b}} \right)$$

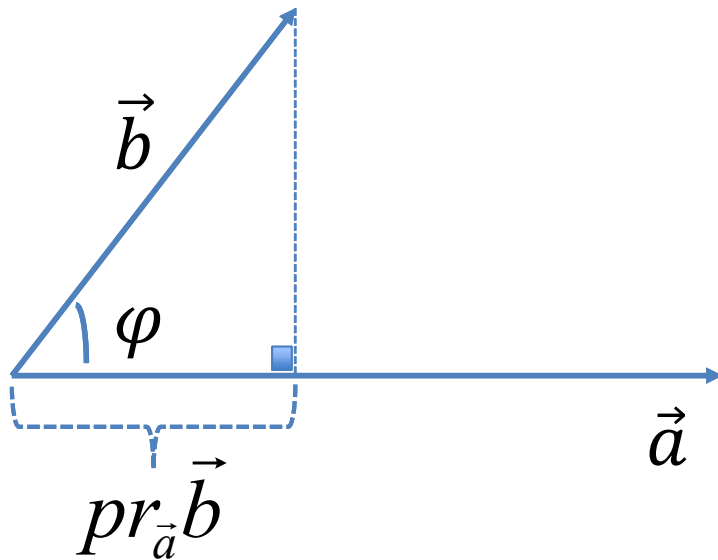
4 Uždutis. Apskaičiuokite skaliarinę sandaugą

$$(2\vec{a} + \vec{b})(\vec{a} - 3\vec{b}), \text{ kai } \vec{a} = \{3; 5; 1\} \text{ ir } \vec{b} = \{1; -3; 4\}$$

PRIMINIMAS:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = (a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}) \cdot (b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k}) = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z.$$

Vieno vektoriaus projekcija į kitą:



$$\cos \varphi = \frac{pr_{\vec{a}} \vec{b}}{|\vec{b}|};$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \frac{pr_{\vec{a}} \vec{b}}{|\vec{b}|} \Rightarrow pr_{\vec{a}} \vec{b} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}|} = \vec{b} \cdot \vec{a}^0.$$

5 Uždutis. Raskite vektorių $\vec{p}$, kuris statmenas vektoriams $\vec{a} = \vec{i} + \vec{k}$ ir $\vec{b} = 2\vec{j} - \vec{k}$, ir jo projekcija į vektorių $\vec{c} = \vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$ lygi 1.

PRIMINIMAS:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = (a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}) \cdot (b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k}) = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z.$$

$$pr_{\vec{a}} \vec{b} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}|}.$$

Medžiagą galima rasti:
[www.tany.lt/stud](http://www.tany.lt/studmatematika1)
matematika1

Parengė: Tatjana Sidekerskienė
E-mail: tatjana.sidekerskiene@ktu.lt