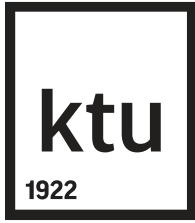


7 PASKAITA

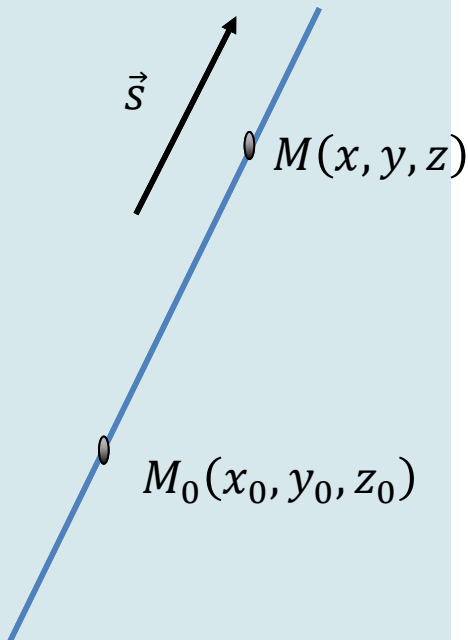


TATJANA SIDEKERSKIENĖ

El. paštas:

tatjana.sidekerskiene@ktu.lt

Internetinis puslapis: www.tany.lt/stud



Lygties sudarymas:

$M_0(x_0, y_0, z_0)$ – taškas esantis tiesėje

$M(x, y, z)$ – pasirenkame bet kurį tašką, priklausantį tiesei

$\vec{s} = \{l; m; n\}$ – vektorius lygiagretus tiesei (tiesės krypties vektorius)

Lygties sudarymas:

$$\overrightarrow{M_0M} = (x - x_0, y - y_0, z - z_0)$$

$$\vec{s} = \{l; m; n\}$$

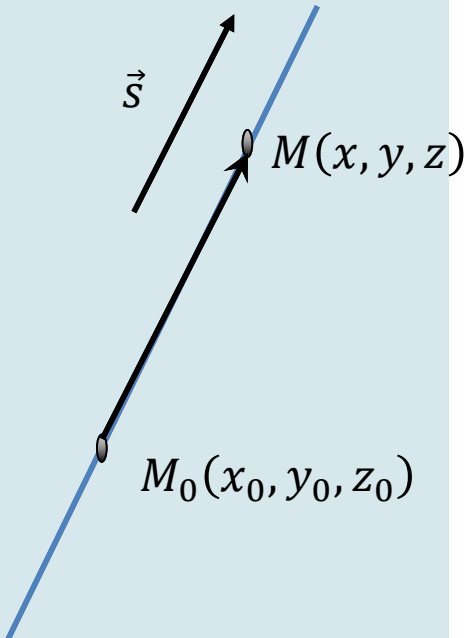
$$\overrightarrow{M_0M} \parallel \vec{s}$$

Tiesės **kanoninės lygtys** erdvėje:

$$\frac{x - x_0}{l} = \frac{y - y_0}{m} = \frac{z - z_0}{n}$$

Tiesės **parametrinės lygtys**:

$$\begin{cases} x = lt + x_0 \\ y = mt + y_0 \\ z = nt + z_0 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} \vec{s} = (l, m, n) \\ M_0(x_0, y_0, z_0) \end{matrix}$$



1 Užduotis. Parašyti lygtį tiesės, einančios per tašką

$M_0(1, 2, 3)$ ir lygiagrečiai vektoriui $\vec{s} = \vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$.

2 Užduotis. Parašyti lygtį tiesės, einančios per tašką

$A(1, 3, -3)$ ir statmenai plokštumai $4x - y + 2z - 3 = 0$.

Priminimas. Tiesės kanoninės lygtys erdvėje:

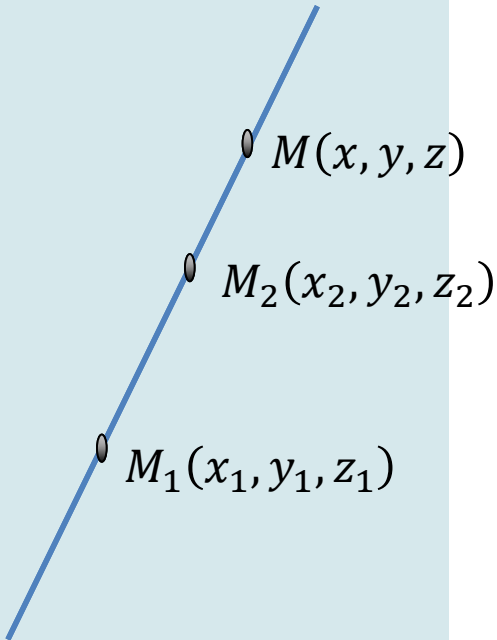
$$\frac{x - x_0}{l} = \frac{y - y_0}{m} = \frac{z - z_0}{n}$$

Lygties sudarymas:

$M_1(x_1, y_1, z_1)$ – taškas esantis tiesėje

$M_2(x_2, y_2, z_2)$ – taškas esantis tiesėje

$M(x, y, z)$ – pasirenkame bet kurį tašką,
priklausantį tiesei



Lygties sudarymas:

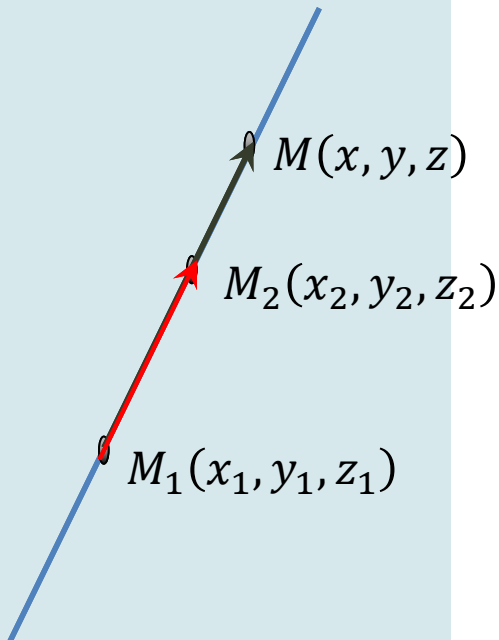
$$\overrightarrow{M_1M} = (x - x_1, y - y_1, z - z_1)$$

$$\overrightarrow{M_1M_2} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1)$$

$$\overrightarrow{M_1M} \parallel \overrightarrow{M_1M_2}$$

Tiesės einančios per 2 taškus, lygtis:

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{z - z_1}{z_2 - z_1}$$

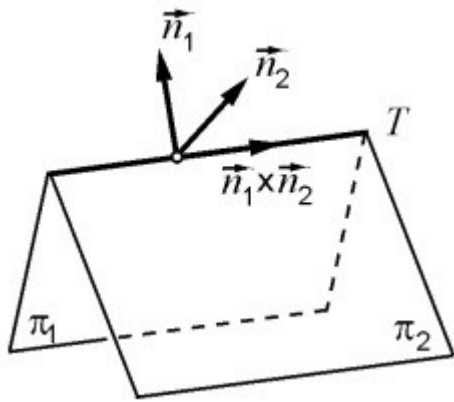


3Užduotis. Parašyti lygtį tiesės, einančios per taškus $A(1, 3, 2)$ ir $B(-1, 4, 2)$.

Priminimas. Tiesės einančios per 2 taškus, lygtis:

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{z - z_1}{z_2 - z_1}$$

Bendrosios tiesės lygtys:



Teisė erdvėje gali būti gauta susikirtus 2 plokštumoms:

$$\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0 \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0 \end{cases}$$

Random $\vec{s} = \vec{n}_1 \times \vec{n}_2$ ir $M_0(x_0, y_0, z_0)$

M_0 ieškome taip:

Pasirenkame $z_0 = 0$, tada

$$\begin{cases} A_1x_0 + B_1y_0 + D_1 = 0 \\ A_2x_0 + B_2y_0 + D_2 = 0 \end{cases} \rightarrow (x_0, y_0)$$

Gaunam tašką: $M_0(x_0, y_0, 0) \in T$

4 Užduotis. Duotos tiesės bendrosios lygtys

$$\begin{cases} 5x - y - 9 = 0 \\ x + y - 2z + 7 = 0 \end{cases}$$

Parašyti šios tiesės kanonines bei parametrines lygtis.

5 Užduotis. Duotos tiesės bendrosios lygtis

$$\begin{cases} x + y - 3z + 1 = 0 \\ x - y + z + 3 = 0 \end{cases} \quad \text{ir} \quad \begin{cases} x + 2y - 5z + 10 = 0 \\ x - 2y + 3z = 0 \end{cases}$$

Užduotys:

- a) parodyti, kad tiesės yra lygiagrečios.
- b) bus vėliau...

Kampas tarp dviejų teisių:

$$\varphi = (\vec{s}_1, \vec{s}_2)$$

$$\cos \varphi = \frac{\vec{s}_1 \cdot \vec{s}_2}{|\vec{s}_1| |\vec{s}_2|} = \frac{l_1 l_2 + m_1 m_2 + n_1 n_2}{\sqrt{l_1^2 + m_1^2 + n_1^2} \sqrt{l_2^2 + m_2^2 + n_2^2}}$$

Jei tiesės statmenos, tai $\vec{s}_1 \perp \vec{s}_2$:

$$\vec{s}_1 \cdot \vec{s}_2 = 0 \Rightarrow l_1 l_2 + m_1 m_2 + n_1 n_2 = 0$$

Jei tiesės lygiagrečios, tai $\vec{s}_1 \parallel \vec{s}_2$:

$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{m_1}{m_2} = \frac{n_1}{n_2}$$

6 Užduotis. Įrodykite, kad tiesės $\begin{cases} x = 2t - 1 \\ y = 3t + 2 \\ z = -6t - 1 \end{cases}$ ir $\begin{cases} 2x + y - 4z + 1 = 0 \\ 4x - y - 5z + 2 = 0 \end{cases}$ yra statmenos.

7 Uždutis. Duotos tiesės bendrosios lygtis

$$\begin{cases} x + y - 3z + 1 = 0 \\ x - y + z + 3 = 0 \end{cases} \quad \text{ir} \quad \begin{cases} x + 2y - 5z + 10 = 0 \\ x - 2y + 3z = 0 \end{cases}$$

Uždutys:

a) ...

b) parašykite plokštumos lygtį, kurioje yra šios teisės.

Jei tiesė statmena plokštumai, tai

$$T \perp P: \vec{s} \parallel \vec{n}$$

Jei tiesė lygiagreti plokštumai, tai

$$T \parallel P: \vec{s} \perp \vec{n}$$

8 Užduotis. Su kuriomis A ir B reikšmėmis plokštuma

$$Ax + By + 3z - 5 = 0 \quad \text{statmena tiesei} \quad \begin{cases} x = 2t + 3 \\ y = -3t + 5 \\ z = -2t - 2 \end{cases}$$

9 Uždutis. Parašykite plokštumos, kuri eina per tašką

$$M_1(-1,5,4) \text{ ir per tiesę } \begin{cases} x = t + 2 \\ y = 6t - 1 \\ z = 2t - 2 \end{cases} \text{ lygtį.}$$

10 Užduotis.

Duota tiesė $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{4}$ ir plokštuma $x + 2y + 3z - 14 = 0$.

Patikrinti ar tiesė kerta plokštumą. Jei taip, tai surasti susikirtimo tašką.

Medžiagą galima rasti:
[www.tany.lt/stud](http://www.tany.lt/studmatematika1)
matematika1

Parengė: Tatjana Sidekerskienė
E-mail: tatjana.sidekerskiene@ktu.lt