

Dvilypių integralų taikymai

Geometrijoje: plokščios figūros D plotas

$$S = \iint_D dx dy$$

Kūno tūris (cilindro) :

$$V = \iint_D f(x, y) dx dy,$$

Kai kūną iš viršaus riboja paviršius $z = f(x, y)$, iš apačios to paviršiaus projekcija xOy plokštumoje - sritis D , iš šonų – cilindrinio paviršiaus, kurio sudaromosios lygiagrečiai Oz ašiai.

1) Plokščios figūros masė

$$m = \iint_D p(x, y) dx dy, \quad p - \text{tankis}$$

2) Svorio centro koordinatės

$$x_c = \frac{1}{m} \iint_D x p(x, y) dx dy; \quad y_c = \frac{1}{m} \iint_D y p(x, y) dx dy$$

3) Inercijos momentai

$$I_o = \iint_D (x^2 + y^2) p(x, y) dx dy$$

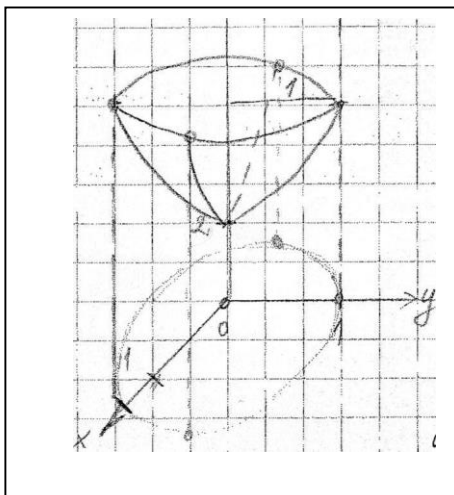
$$I_x = \iint_D y^2 p(x, y) dx dy, \quad I_y = \iint_D x^2 p(x, y) dx dy$$

- 1) Apskaičiuokite figūros plotą, apribotą kreivėmis $x = 2, y = x, xy = 1$;
- 2) Apskaičiuokite figūros plotą, apribotas tiesėmis $x + y = 6, y = 0$ ir parabole $x = \sqrt{y}$;
- 3) Apskaičiuoti plotą plokščios figūros, apribotos kreivėmis $y = \sqrt{x}, y = 2\sqrt{x}, x = 4$

Paviršiaus plotų skaičiavimas :

$$S = \iint_D \sqrt{1 + f_x'^2(x, y) + f_y'^2(x, y)} dx dy$$

- 4) Apskaičiuokite turį figūros, apribotos kreivėmis $x^2 + y^2 = 1, z = x^2 + y^2 + 2, z = 0$.



Sritis D – yra skritulys, todėl pereisim prie polinių koordinačių.

$$x = \rho \cos \varphi, \quad y = \rho \sin \varphi$$

$$dx dy = \rho d\rho d\varphi$$

$$f(x, y) = x^2 + y^2 + 2 = \rho^2 + 2;$$

$$V = \iint_D f(x, y) dx dy = \iint_D (\rho^2 + 2) \rho d\rho d\varphi =$$

(Figūra simetrinė, todėl imam ketvirtą $0 \leq \varphi \leq \pi/2, 0 \leq \rho \leq 1$ (galima ir $0 < \varphi < 2\pi$))

$$= 4 \int_0^{\pi/2} \varphi \int_0^1 \rho(\rho^2 + 2) d\rho = \frac{5\pi}{2}$$

Teorija:

Kai kūną riboja iš viršaus paviršius $z = z_2(x_1 y)$; iš apačios $= z_1(x_1 y)$; iš šonų - cilindrinis paviršius, kurio sudaromosios $\parallel Oz$; sritės D – kūno projekcija xOy , plokštumoje $z_2(x_1 y) \geq z_1(x_1 y), \forall (x_1 y) \in D_1$

$$V = \iint_D (z_2 - z_1) dx dy.$$

Question 7: Score 0/1

Kūno, apriboto plokštumų $x=0, y=0, z=0, x=3, y=3$ ir paraboloido $z=x^2+y^2+2$ tūris lygus:

Your Answer:

Correct Answer: 72

Question 7: Score 0/1

Plokštelė, kurios medžiagos tankis $\gamma(x, y) = x$, apribota apskritimo $x^2 + y^2 = 2x$ lanko ($y \geq 0$) ir Ox ašies. Jos masė lygi:

Ats: $\pi/2$

Question 7: Score 0/1

Kūno, apriboto paviršių $z=4-y^2, z=y^2+2, x=-1, x=2$ tūris lygus:

Your Answer:

Correct Answer: 8
