

2 PASKAITA.

Tiesioginis integravimas

Atvirkštinis veiksmas diferencijavimui yra integravimas. Sakysime mes žinome funkcijos išvestinę, mums reikia rasti pačią funkciją. Tam mums reikia duotąją išvestinę suintegruoti.

Ką vadinsime pirmąja funkcija?

Ap. Funkcija $F(x)$ vadinama tolydžiosios funkcijos $f(x)$ pirmąja funkcija atkarpoje $[a; b]$, jeigu visuose šios atkarpos taškuose x teisingos lygybės $F'(x) = f(x)$ arba $dF(x) = f(x)dx$.

Funkcija $f(x)$ turi daug pirmąjų funkcijų, jos skiriasi tik konstanta.

Ap. Jei funkcija $F(x)$ yra funkcijos $f(x)$ pirmąji funkcija, tai reiškiny $F(x) + C$ ($C = \text{const}$) vadinamas funkcijos $f(x)$ neapibrėžtiniu integralu ir žymimas

$$\int f(x)dx = F(x) + C.$$

Pagrindinės neapibrėžtinio integralo savybės:

1. $\left(\int f(x)dx\right)' = f(x);$
2. $d\left(\int f(x)dx\right) = f(x)dx;$
3. $\int d(F(x)) = F(x) + C;$
4. $\int (\alpha f(x) + \beta g(x))dx = \alpha \int f(x)dx + \beta \int g(x)dx$, čia $\alpha, \beta = \text{const}$, $f(x), g(x)$ – tolydžiosios atkarpoje $[a; b]$ funkcijos.

Pagrindinių integralų lentelė: žiūrėti 1 formulyną. Uždaviniai:

$\int (x-2)^{12} dx$	ATS: $\frac{(x-2)^{13}}{13} + C$
$\int (3x-7)^{19} dx$	ATS: $\frac{1}{3} \frac{(3x-7)^{20}}{20} + C$
$\int \frac{xdx}{(3x^2+6)^5}$	ATS: $-\frac{1}{24(3x^2+6)^4} + C$
$\int \frac{xdx}{\sqrt[3]{3x^2+5}}$	ATS: $\frac{1}{4}(3x^2+5)^{\frac{2}{3}} + C$
$\int \frac{\sqrt[3]{\ln x}}{x} dx$	ATS: $\frac{3}{4}(\ln x)^{\frac{4}{3}} + C$
$\int \sin(2x+1) dx$	ATS: $-\frac{1}{2}\cos(2x+1) + C$
$\int \frac{xdx}{5x^2+1}$	ATS: $\frac{1}{10}\ln(5x^2+1) + C$
$\int \frac{dx}{\cos^2 3x}$	ATS: $\frac{1}{3}\operatorname{tg} 3x + C$
$\int \sin^3 x \cos x dx$	ATS: $\frac{\sin^4 x}{4} + C$
$\int x^2 2^{x^3} dx$	ATS: $\frac{1}{3} \frac{2^{x^3}}{\ln 2} + C$
$\int \frac{dx}{(1+x^2)\sqrt{1-4\arctg x}}$	ATS: $-\frac{1}{2}\sqrt{1-4\arctg x} + C$

$\int \frac{e^x dx}{1+e^{2x}}$	ATS:	$\operatorname{arctg} e^x + C$
$\int \frac{dx}{x\sqrt{4-\ln^2 x}}$	ATS:	$\arcsin \frac{\ln x}{2} + C$
$\int \frac{(\sqrt[3]{x^2} + 2)^2}{\sqrt{x}} dx$	ATS:	$\frac{6}{11} x^{11/6} + 4\frac{6}{7} x^{7/6} + 4\frac{2}{1} x^{1/2} + C$
$\int \frac{2^x + xe^x + 3e^{2x}}{e^x} dx$	ATS:	$\left(\frac{2}{e}\right)^x \frac{1}{\ln 2 - 1} + \frac{x^2}{2} + 3e^x + C$
$\int \frac{(1+x)^2}{x(1+x^2)} dx$	ATS:	$\ln x + 2\operatorname{arctg} x + C$
$\int \frac{dx}{\cos^2 x \sin^2 x}$ (7 užd.; 76psl.)	ATS:	$-2\operatorname{ctg} 2x + C$
$\int \frac{\cos 2x dx}{\cos^2 x \sin^2 x}$	ATS:	$-2\frac{1}{\sin 2x} + C$
$\int x^2 \sqrt[5]{x^3 + 2} dx$	ATS:	$\frac{5}{18} \sqrt[5]{(x^3 + 2)^6} + C$
$\int \frac{x^2 dx}{x^3 + 1}$	ATS:	$\frac{1}{3} \ln x^3 + 1 + C$
$\int \sqrt{x} dx$	ATS:	$\frac{2}{3} x^{3/2} + C$
$\int \sqrt[n]{x^n} dx$	ATS:	$\frac{x^{n+1}}{\frac{n}{n+1} + 1} + C$
$\int \frac{dx}{x^2}$	ATS:	$-\frac{1}{x} + C$
$\int 10^x dx$	ATS:	$\frac{10^x}{\ln 10} + C$
$\int a^x e^x dx$	ATS:	$\frac{(a \cdot e)^x}{\ln(a \cdot e)} + C$
$\int \frac{dx}{2\sqrt{x}}$	ATS:	$\sqrt{x} + C$
$\int (1-2u) du$	ATS:	$u - u^2 + C$
$\int (\sqrt{x} + 1)(x - \sqrt{x} + 1) dx$	ATS:	$\frac{2}{5} x^{5/2} + x + C$
$\int (2x^{-1,2} + 3x^{-0,8} - 5^{0,38}) dx$	ATS:	$-10x^{-0,2} + 15x^{0,2} - \frac{5}{1,38} x^{1,38} + C$
$\int \operatorname{ctg}^2 x dx$	ATS:	$-\operatorname{ctg} x - x + C$
$\int \frac{dx}{\cos 2x + \sin^2 x}$	ATS:	$\operatorname{tg} x + C$

N.D.!!!

1. $\int dx$	2. $\int x dx$	3. $\int x^5 dx$	4. $\int \frac{dx}{x}$
5. $\int \frac{dx}{x^2}$	6. $\int \sqrt[7]{x^3} dx$	7. $\int \sqrt{x} dx$	8. $\int \frac{dx}{2\sqrt{x}}$
9. $\int \frac{dx}{\sqrt{2x}}$	10. $\int 10^x dx$	11. $\int a^x e^x dx$	12. $\int (1-2x) dx$
13. $\int (\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1) dx$	14. $\int \frac{\sqrt{x}-x^3 e^x+x^2}{x^3} dx$	15. $\int \frac{(1-x)^2}{x\sqrt{x}} dx$	16. $\int \frac{dx}{\sqrt{3-3x^2}}$
17. $\int \frac{dx}{4x^2+4}$	18. $\int \frac{dx}{\sqrt{4+x^2}}$	19. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$	20. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-4}}$
21. $\int \frac{dx}{1-x^2}$	22. $\int \frac{(1+x)^2}{x(1+x^2)} dx$	23. $\int \frac{e^{2x}-3^x}{e^x} dx$	24. $\int \frac{x \sin 2x + \sqrt[3]{x} \cos x}{x \cos x} dx$
25. $\int tg^2 x dx$	26. $\int 2 \sin^2 \frac{x}{2} dx$	27. $\int (1+ctg^2 x) dx$	28. $\int \frac{dx}{\cos 2x + \sin^2 x}$
29. $\int \frac{dx}{\cos^2 x \cdot \sin^2 x}$	30. $\int \frac{\cos 2x}{\cos^2 x \cdot \sin^2 x} dx$	31. $\int \frac{1+\cos^2 x}{1+\cos 2x} dx$	
32. $\int 3.4x^{-0.17} dx$	33. $\int (2x^{-1.2} + 3x^{-0.8} - 5^{0.3}) dx$	34. $\int \left(\frac{1-x}{x}\right)^2 dx$	35. $\int \frac{(1+\sqrt{x})^3}{\sqrt[3]{x}} dx$
36. $\int \frac{\sqrt[3]{x^2} - 4\sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$	37. $\int \frac{2^x + xe^x + 3e^{2x}}{e^x} dx$	38. $\int \frac{3 \cdot 2^x - 2 \cdot 3^x}{2^x} dx$	39. $\int \frac{1+2x^2}{x^2(1+x^2)} dx$
40. $\int ctg^2 x dx$	41. $\int \cos^2 \frac{x}{2} dx$		
42. $\int \cos(3x) d(3x)$	43. $\int \frac{d(1+x^2)}{\sqrt{1+x^2}}$	44. $\int \sin x d(\sin x)$	45. $\int \frac{d(1+x^2)}{1+x^2}$
46. $\int \frac{d(1+\ln x)}{\cos^2(1+\ln x)}$	47. $\int tg^3 x d(tgx)$	48. $\int \frac{d(\arcsin x)}{\arcsin x}$	49. $\int e^{\sin x} d(\sin x)$
50. $\int (x+1)^{15} dx$	51. $\int \frac{dx}{(2x-3)^5}$	52. $\int \sqrt[5]{(8-3x)^6} dx$	53. $\int \sqrt{8-2x} dx$
54. $\int x\sqrt{1-x^2} dx$	55. $\int x^2 \sqrt[5]{x^3+2} dx$	56. $\int \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} dx$	57. $\int \frac{x^4}{\sqrt{4-x^5}} dx$
58. $\int \frac{x^3}{x^4+1} dx$	59. $\int \frac{(6x-5)dx}{2\sqrt{3x^2-5x+6}}$	60. $\int \sin^3 x \cos x dx$	61. $\int tg x dx$
62. $\int ctg x dx$	63. $\int \frac{\sin x dx}{\cos^2 x}$	64. $\int \frac{\cos x dx}{\sqrt[3]{\sin^2 x}}$	65. $\int \cos^3 x \sin 2x dx$
66. $\int \frac{\sqrt{\ln x}}{x} dx$	67. $\int \frac{dx}{x \ln x}$	68. $\int \frac{(\arctg x)^2 dx}{1+x^2}$	69. $\int \frac{dx}{\cos^2 x \sqrt{1+tgx}}$

70. $\int \cos(3x)dx$	71. $\int \sin(2x-3)dx$	72. $\int \cos(1-2x)dx$	73. $\int \frac{dx}{\cos^2(2x-3)}$
74. $\int e^x \cos(e^x)dx$	75. $\int \frac{dx}{2x-1}$	76. $\int \frac{xdx}{x^2+1}$	77. $\int \frac{(2x-3)}{x^2-3x+8} dx$
78. $\int \frac{e^x}{e^x+1} dx$	79. $\int \frac{e^{2x}}{e^{2x}+4} dx$	80. $\int \frac{e^x}{e^{2x}-4} dx$	81. $\int tg 3x dx$
82. $\int ctg(2x+1)dx$	83. $\int \frac{\sin 2x}{1+\cos^2 x} dx$	84. $\int e^{\sin x} \cos x dx$	85. $\int a^{3x} dx$
86. $\int e^{-3x+1} dx$	87. $\int e^{x^2} x dx$	88. $\int \frac{x}{x^4+1} dx$	89. $\int \frac{x^2}{\sqrt{x^6-4}} dx$
90. $\int \frac{\sin x}{\cos^2 x+4} dx$	91. $\int \frac{2^x}{\sqrt{1-4^x}} dx$	92. $\int (e^x+1)^3 dx$	93. $\int \frac{3x-1}{x^2+9} dx$
94. $\int \frac{1+x}{\sqrt{1-x^2}} dx$	95. $\int \frac{x(1-x^2)}{1+x^4} dx$	96. $\int \frac{2x-\sqrt{\arcsin x}}{\sqrt{1-x^2}} dx$	97. $\int \frac{x+(\arccos 3x)^2}{\sqrt{1-9x^2}} dx$