kauno
technologijos
universitetas

1922

KREIVINIAI INTEGRALAI 1

2015METAI

I TIPO KREIVINIAI INTEGRALAI

Jei $y=\varphi(x)$, tai $\int\limits_L f(x,y)ds=\int\limits_a^b f(x,\varphi(x))\cdot\sqrt{1+(\varphi'(x))^2}dx$

Jei $x=g(y)$, tai $\int\limits_L f(x,y)ds=\int\limits_c^d f(g(y),y)\cdot\sqrt{1+\left(g'(y)\right)^2}dy$

Jei $\begin{cases} x=x(t) \\ y=y(t) \end{cases}$, tai $\int\limits_L f(x,y)ds=\int\limits_{t_1}^{t_2} f(x(t),y(t))\cdot\sqrt{(x_t')^2+(y_t')^2}dt$

Jei $\rho=\rho(\varphi)$, tai $\int\limits_L f(x,y)ds=\int\limits_c^d f(\rho\cdot\cos\varphi,\rho\cdot\sin\varphi)\cdot\sqrt{\rho^2+(\rho')^2}d\varphi$

1 užduotis.

Apskaičiuoti $\int\limits_L xds$, kai L- parabolės $y=\dfrac{x^2}{\sqrt{2}}$ lankas, jungiantis

taškus $A(0;0)$ ir $B\left(2;2\sqrt{2}\right)$.

I TIPO KREIVINIAI INTEGRALAI

Jei $y=\varphi(x)$, tai $\int\limits_L f(x,y)ds=\int\limits_a^b f(x,\varphi(x))\cdot\sqrt{1+(\varphi'(x))^2}dx$

Jei $x=g(y)$, tai $\int\limits_L f(x,y)ds=\int\limits_c^d f(g(y),y)\cdot\sqrt{1+\left(g'(y)\right)^2}dy$

Jei $\begin{cases} x=x(t) \\ y=y(t) \end{cases}$, tai $\int\limits_L f(x,y)ds=\int\limits_{t_1}^{t_2} f(x(t),y(t))\cdot\sqrt{(x_t')^2+(y_t')^2}dt$

Jei $\rho=\rho(\varphi)$, tai $\int\limits_L f(x,y)ds=\int\limits_c^d f(\rho\cdot\cos\varphi,\rho\cdot\sin\varphi)\cdot\sqrt{\rho^2+(\rho')^2}d\varphi$

2 užduotis.

Apskaičiuoti $\int\limits_L \frac{ds}{\sqrt{x^2+y^2}}$, kai L- tiesės $x-2y=4$ atkarpa tarp taškų

$A(0;-2)$ ir $B(4;0)$.

I TIPO KREIVINIAI INTEGRALAI

Jei $y=\varphi(x)$, tai $\int\limits_L f(x,y)ds=\int\limits_a^b f(x,\varphi(x))\cdot\sqrt{1+(\varphi'(x))^2}\,dx$

Jei $x=g(y)$, tai $\int\limits_L f(x,y)ds=\int\limits_c^d f(g(y),y)\cdot\sqrt{1+\left(g'(y)\right)^2}\,dy$

Jei $\begin{cases}x=x(t)\\ y=y(t)\end{cases}$, tai $\int\limits_L f(x,y)ds=\int\limits_{t_1}^{t_2} f(x(t),y(t))\cdot\sqrt{(x_t')^2+(y_t')^2}\,dt$

Jei $\rho=\rho(\varphi)$, tai $\int\limits_L f(x,y)ds=\int\limits_c^d f(\rho\cdot\cos\varphi,\rho\cdot\sin\varphi)\cdot\sqrt{\rho^2+(\rho')^2}\,d\varphi$

3 užduotis.

Apskaičiuoti $\int\limits_L xyds$, kur L yra keturkampio $A(0;0)$, $B(4;0)$, $C(6;2)$, $D(0;2)$ kontūras.

ktu kauno technologijos universitetas 1922

I TIPO KREIVINIAI INTEGRALAI

Jei $y=\varphi(x)$, tai $\int\limits_L f(x,y)ds=\int\limits_a^b f(x,\varphi(x))\cdot\sqrt{1+(\varphi'(x))^2}dx$

Jei $x=g(y)$, tai $\int\limits_L f(x,y)ds=\int\limits_c^d f(g(y),y)\cdot\sqrt{1+\left(g'(y)\right)^2}dy$

Jei $\begin{cases}x=x(t)\\ y=y(t)\end{cases}$, tai $\int\limits_L f(x,y)ds=\int\limits_{t_1}^{t_2} f(x(t),y(t))\cdot\sqrt{(x_t')^2+(y_t')^2}dt$

Jei $\rho=\rho(\varphi)$, tai $\int\limits_L f(x,y)ds=\int\limits_c^d f(\rho\cdot\cos\varphi,\rho\cdot\sin\varphi)\cdot\sqrt{\rho^2+(\rho')^2}d\varphi$

4 užduotis.

Apskaičiuoti $\int\limits_L yds$, kur L - $\begin{cases}x=a(t-sint)\\ y=a(1-cost)\end{cases}$, $0\le t\le 2\pi$, kreivės lankas.

ktu kauno technologijos universitetas 1922

I TIPO KREIVINIAI INTEGRALAI

Jei $y=\varphi(x)$, tai $\int\limits_L f(x,y)ds=\int\limits_a^b f(x,\varphi(x))\cdot\sqrt{1+(\varphi'(x))^2}dx$

Jei $x=g(y)$, tai $\int\limits_L f(x,y)ds=\int\limits_c^d f(g(y),y)\cdot\sqrt{1+\left(g'(y)\right)^2}dy$

Jei $\begin{cases}x=x(t)\\ y=y(t)\end{cases}$, tai $\int\limits_L f(x,y)ds=\int\limits_{t_1}^{t_2} f(x(t),y(t))\cdot\sqrt{(x_t')^2+(y_t')^2}dt$

Jei $\rho=\rho(\varphi)$, tai $\int\limits_L f(x,y)ds=\int\limits_c^d f(\rho\cdot\cos\varphi,\rho\cdot\sin\varphi)\cdot\sqrt{\rho^2+(\rho')^2}d\varphi$

5 užduotis.

Apskaičiuoti $\int\limits_L x^2yds$, kur L yra apskritimo $x^2+y^2=R^2$ dalis esanti pirmame ketvirtyje.

TAIKYMAI

1. Materialios kreivės lanko ilgis:

$$l = \int_L ds$$

2. Materialios kreivės lanko masė:

$m = \int_L \gamma(x,y,z)ds$, $\gamma(x,y,z)$- materialios kreivės L masės tiesinis tankis.

6 užduotis.

Apskaičiuoti kreivės $x = e^{-t}cost,\ y = e^{-t}sint, z = e^{-t}, 0 \leq t \leq \infty$ lanko ilgį.

7 užduotis.

Apskaičiuokite tiesės $x + 2y = 2$ atkarpos, esančios I ketvirtyje, masę, kai masės tankis $\gamma(x, y) = y$.

kauno technologijos universitetas

ktu 1922

MEDŽIAGĄ GALIMA RASTI:

WWW.TANY.LT/STUD

MATEMATIKA2

PARENGĖ: TATJANA SIDEKERSKIENE
E-MAIL: TATJANA.SIDEKERSKIENE@KTU.LT