

KINTAMŲJŲ PAKEITIMO METODAS

Skaičiuodami $\int f(x)dx$, kintamąjį x pakeičiame nauju kintamuoju t , $x = \varphi(t)$, $\varphi(t)$ – tolydi funkcija. Tada $dx = \varphi'(t)dt$ ir $\int f(x)dx = \int f(\varphi(t))\varphi'(t)dt$. Apskaičiavus integralą, reikia gražinti senąjį kintamąjį.

Pastaba: $\int g(ax+b)dx = \left[\begin{array}{l} t = ax+b \\ dt = adx \end{array} \right]$ $\int g(\sin x)\cos xdx = \left[\begin{array}{l} t = \sin x \\ dt = \cos xdx \end{array} \right]$ $\int g(\cos x)\sin xdx = \left[\begin{array}{l} t = \cos x \\ dt = -\sin xdx \end{array} \right]$

$$\int g(x^2)xdx = \left[\begin{array}{l} t = x^2 \\ dt = 2xdx \end{array} \right] \quad \int g(1+x^2)xdx = \left[\begin{array}{l} t = 1+x^2 \\ dt = 2xdx \end{array} \right]$$

Apskaičiuoti: 1) $\int \frac{dx}{\sqrt{2x+1}}$;

2) $\int ctg x dx$;

3) $\int \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx$;

4) $\int x e^{x^2} dx$;

5) $\int \frac{xdx}{1+x^2}$;

6) $\int \frac{dx}{\sqrt{1+e^x}}$

TRIGONOMETRINIAI KEITINIAI:

Kai pointegraciniame reiškinyje yra dauginamasis

$\sqrt{a^2 - x^2}$ patogų įvesti trigonometrinius keitinius: $x = a \sin t$ arba $x = a \cos t$

$\sqrt{a^2 + x^2}$ patogų įvesti trigonometrinius keitinius: $x = a \operatorname{tg} t$ arba $x = a \operatorname{ctg} t$

$\sqrt{x^2 - a^2}$ patogų įvesti trigonometrinius keitinius: $x = \frac{a}{\cos t}$ arba $x = \frac{a}{\sin t}$

Apskaičiuoti:

1) $\int \sqrt{4 - x^2} dx;$

2) $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2 - a^2}};$

3) $\int \frac{\sqrt{1+x^2}}{x^4} dx.$

DALINIO INTEGRAVIMO METODAI

$$\int u dv = uv - \int v du$$

Integralus, apskaičiuojamus šiuo metodu, galima suskirstyti į tris grupes:

1. Integralai $\int P(x) \ln x dx$, $\int P(x) \arcsin x dx$, $\int P(x) \operatorname{arctg} x dx$, ...; čia $P(x)$ – daugianaris; žymime $u = \ln x$, $u = \arcsin x$, $u = \operatorname{arctg} x$, ...
2. Integralai $\int P(x) e^{ax} dx$, $\int P(x) \cos ax dx$, $\int P(x) \sin ax dx$, ...; čia a – realus skaičius, $P(x)$ – daugianaris; žymime $u = P(x)$.
3. Integralai $\int e^{ax} \cos bx dx$, $\int e^{ax} \sin bx dx$, $\int \sin(\ln x) dx$, $\int \cos(\ln x) dx$, ...; žymime $u = e^{ax}$ (arba $u = \cos bx$), $u = \sin(\ln x)$. Pažymėję bet kurią šios grupės integralą raide I ir du kartus pritaikę integravimo dalimis formulę, gausime pirmojo laipsnio lygtį integralo I atžvilgiu. Iš šios lygties rasime I .

Užduotis:

- 1) $\int x \sin(3x) dx$;
- 2) $\int \arcsin(x) dx$;
- 3) $\int x^2 e^{3x} dx$;
- 4) $\int \operatorname{arctg}(\sqrt{x-1}) dx$;
- 5) $\int e^x \sin(x) dx$;

- **Apskaičiuokite integralus taikydami integravimo dalimis metodą:**

$$1. \int x e^{-x} dx =$$

$$2. \int x^2 \ln x dx =$$

$$3. \int x \arctg x dx =$$

$$4. \int x \operatorname{tg}^2 x dx =$$

$$5. \int \ln(x^2 + 1) dx =$$

Atsakymai:

1. $-xe^{-x} - e^{-x} + C$

2. $\frac{1}{3}x^2 \ln(x) - \frac{1}{9}x^3 + C$

3. $\frac{1}{2}(x^2 + 1)\arctg(x) - \frac{1}{2}x + C$

4. $xtg(x) - \frac{x^2}{2} - \ln|\cos(x)| + C$

5. $x\ln(x^2 + 1) - 2x + 2\arctg(x) + C$