

ktu

kauno
technologijos
universitetas

1922

5 PASKAITA

2015METAI

RACIONALIŲJŲ FUNKCIJŲ INTEGRAVIMAS

Integruojant racionaliąją trupmeną $\frac{P(x)}{Q(x)}$, kur $P(x)$ ir $Q(x)$ -

daugianariai, reikia patikrinti ar ji taisyklinga.

Racionalioji trupmena vadinama taisyklingąja, kai skaitiklyje esančio daugianario laipsnis n yra mažesnis už vardiklyje esančio daugianario laipsnį m .

Jei ne, reikia iškelti sveiką dalį $\frac{P(x)}{Q(x)} = S(x) + \frac{R(x)}{Q(x)}$

1 Uždutis.
$$\int \frac{x^3 + 1}{x - 1} dx = I$$

RACIONALIŲJŲ FUNKCIJŲ INTEGRAVIMAS

Jei turim taisyklingą trupmeną, tai tikslas yra racionaliąją trupmeną $\frac{P(x)}{Q(x)}$ išreikšti paprasčiausių trupmenų suma.

$$\text{PVZ: } \frac{4x^2+16x-8}{x(x-2)(x+2)} = \frac{2}{x} - \frac{3}{x+2} + \frac{5}{x-2}$$

Trupmenos vardiklio daugianario $Q(x)$ šaknis gali būti realios skirtingos, kai kurios realios kartotinės, jungtinės kompleksinės skirtingos ir jungtinės kompleksinės kartotinės.

RACIONALIŲJŲ FUNKCIJŲ INTEGRAVIMAS

Tuomet

1. Jei šaknys realios ir skirtingos: kiekvieną vardiklio $Q(x)$ dauginamąjį

$x - \alpha$ atitiks trupmena $\frac{A}{x - \alpha}$

2 Uždutis.
$$\int \frac{x}{x^2 + 3x + 2} dx = I$$

3 Uždutis.
$$\int \frac{x^5 + x^4 - 8}{x^3 - 4x} dx = J$$

RACIONALIŲJŲ FUNKCIJŲ INTEGRAVIMAS

2. Jei šaknis realios kartotinės: kiekvieną vardiklio $Q(x)$ dauginamąjį

$$(x - \alpha)^n \text{ atitiks trupmena } \frac{A_1}{x - \alpha} + \frac{A_2}{(x - \alpha)^2} + \dots + \frac{A_n}{(x - \alpha)^n}$$

4 Uždutis.

$$\int \frac{x^3 + 6x^2 + 12x + 5}{(x + 1)^2 (x^2 - 1)} dx$$

RACIONALIŲJŲ FUNKCIJŲ INTEGRAVIMAS

3. Jei šaknys jungtinės kompleksinės skirtingos: kiekvieną vardiklio $Q(x)$

dauginamąjį $x^2 + px + q$ atitiks trupmena: $\frac{Bx + C}{x^2 + px + q}$

5 Užduotis.

$$\int \frac{2x^2 - 3x - 3}{(x-1)(x^2 - 2x + 5)} dx = J$$

RACIONALIŲJŲ FUNKCIJŲ INTEGRAVIMAS

4. Jei šaknys jungtinės kompleksinės kartotinės: kiekvieną vardiklio $Q(x)$ dauginamąjį $(x^2 + rx + s)^k$ atitiks trupmena

$$\frac{M_1x + N_1}{x^2 + rx + s} + \frac{M_2x + N_2}{(x^2 + rx + s)^2} + \dots + \frac{M_kx + N_k}{(x^2 + rx + s)^k}$$

čia $A, A_1, A_2, K, A_n, B, C, M_1, N_1, K, M_k, N_k$ – realieji neapibrėžti koeficientai

6 Užduotis.

$$\int \frac{dx}{x(x^2 + 2)^2}$$

ktu

kauno
technologijos
universitetas

1922

MEDŽIAGA GALIMA RASTI:
WWW.TANY.LT/STUD
MATEMATIKA2

PARENGĖ: TATJANA.SIDEKERSKIENE
E-MAIL: TATJANA.SIDEKERSKIENE@KTU.LT