

ktu

kauno
technologijos
universitetas

1922

6 PASKAITA

2015METAI

IRACIONALIŲJŲ FUNKCIJŲ INTEGRAVIMAS

Integruojant iracionaliąsias funkcijas reikia parinkti tokį keitinį, kad iracionalioji funkcija virstų racionaliąja.

1. Jei $\int R\left(x, x^{\frac{m}{n}}, \dots, x^{\frac{r}{s}}\right) dx$, tai parenkame keitinį $x = t^k$, kur k trupmenų

$\frac{m}{n}, \dots, \frac{r}{s}$ bendrasis vardiklis.

1 Uždutis.
$$\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}} = 6 \left(\frac{\sqrt{x}}{3} - \frac{\sqrt[3]{x}}{2} + \sqrt[6]{x} - \ln|1 + \sqrt[6]{x}| \right) + C$$

2 Uždutis.
$$\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[6]{x}} dx =$$

$$\frac{6}{5}x^{5/6} + 3x^{1/3} + 2\ln|x^{1/6} - 1| - \ln|x^{1/3} + x^{1/6} + 1| + 2\sqrt{3}\operatorname{arctg}\frac{2x^{1/6} + 1}{\sqrt{3}}$$

IRACIONALIŲJŲ FUNKCIJŲ INTEGRAVIMAS

2.

Jei $\int R \left(x, \left(\frac{ax+b}{cx+d} \right)^{\frac{m}{r}}, \dots, \left(\frac{ax+b}{cx+d} \right)^{\frac{r}{s}} \right) dx$, tai parenkame keitinį

$$\frac{ax+b}{cx+d} = t^k, \quad x = \frac{dt^k - b}{a - ct^k}$$

čia k – bendras mažiausias n ir s kartotinis.

3 Uždutis. $\int \frac{1}{x^2} \sqrt{\frac{1+x}{x}} dx$

TRIGONOMETRINIŲ FUNKCIJŲ INTEGRAVIMAS

$$\int R(\sin x, \cos x)$$

čia R – kintamųjų $\sin x$ ir $\cos x$ racionalioji funkcija

Universalus keitinys:

$$t = \tan \frac{x}{2}; \quad dx = \frac{2dt}{1+t^2};$$

$$\sin x = \frac{2t}{1+t^2}; \quad \cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2}$$

1 Uždutis. $\int \frac{dx}{5-4 \sin x+3 \cos x}$

2 Uždutis. $\int \frac{dx}{5+4 \cos x}$

TRIGONOMETRINIŲ FUNKCIJŲ INTEGRAVIMAS

- Jei pointegralinė funkcija $R(\sin x, \cos x)$ yra nelyginė $\sin x$ atžvilgiu, tada tinka keitinys:

$$t = \cos x, \quad x = \arccos t, \quad dx = -\frac{dt}{\sqrt{1-t^2}}, \quad \sin x = \sqrt{1-t^2}$$

3 Uždutis. $\int \frac{\sin x dx}{(1-\cos x)^2}$

TRIGONOMETRINIŲ FUNKCIJŲ INTEGRAVIMAS

- Jei pointegralinė funkcija $R(\sin x, \cos x)$ yra nelyginė $\cos x$ atžvilgiu, tada tinka keitinys:

$$t = \sin x, \quad x = \arcsin t, \quad dx = \frac{dt}{\sqrt{1-t^2}}, \quad \cos x = \sqrt{1-t^2}$$

4 Užduotis. $\int \frac{\cos^3 x}{1+\sin x} dx$

TRIGONOMETRINIŲ FUNKCIJŲ INTEGRAVIMAS

- Jei pointegralinė funkcija $R(\sin x, \cos x)$ yra lyginė $\sin x$ ir $\cos x$ atžvilgiu, tada tinka keitinys:

$$t = \operatorname{tg} x, \quad x = \operatorname{arctg} t, \quad dx = \frac{dt}{1+t^2}, \quad \sin x = \frac{t}{\sqrt{1+t^2}}, \quad \cos x = \frac{1}{\sqrt{1+t^2}}$$

5 Užduotis.

$$\int \frac{dx}{4 - 3\cos^2 x + 5\sin^2 x}$$

ktu

kauno
technologijos
universitetas

1922

MEDŽIAGA GALIMA RASTI:
WWW.TANY.LT/STUD
MATEMATIKA2

PARENGĖ: TATJANA SIDEKERSKIENE

E-MAIL: TATJANA.SIDEKERSKIENE@KTU.LT